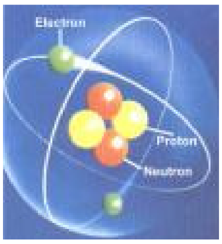
 ISSN 1808-5733

ATIVIDADE E PASSIVIDADE DOS ELEMENTOS E A ÁLGEBRA DE WEYL (PARTE 2).

por *Rodolfo Petrônio da Costa Araújo* – Instituto Aquinate e Faculdade de São Bento/RJ.



átomo

3. Desenvolvimento: Dando continuidade a nosso boletim anterior, devemos agora proceder a uma cuidadosa investigação da estrutura chamada *álgebra de Weyl*, com vistas a mostrar que esta estrutura pode representar adequadamente a potencialidade quantitativa e qualitativa da matéria primeira. Sugiro ao leitor que também reserve um tempo para a leitura de uma outra série de boletins chamada "O Vácuo Quântico e a *Materia Prima*", em nossa revista eletrônica, pois há uma proximidade bastante grande entre ambos os assuntos, ainda que pretendamos desenvolvê-los independentemente.

Uma álgebra é um conjunto de elementos dotados de uma operação que se pode chamar de *multiplicação*, cujo elemento resultante também pertence ao conjunto inicial (chamamos a esta característica *fechamento* da álgebra com respeito à operação entre os elementos). Uma vez definida a operação, é relevante mostrar como se pode obter todos os elementos da álgebra a partir da operação definida. Se houver uma quantidade finita de elementos, a álgebra é dita finita, caso contrário, infinita. Normalmente, o que se faz é descobrir um subconjunto de elementos capazes de "gerar" todos os demais, o qual chamamos de *base da álgebra.* Em nosso caso, estaremos interessados numa álgebra finita, isto é, numa álgebra constituída por um número finito de elementos, bem como por uma base também finita. Não necessitamos de uma álgebra infinita para descrever o potencial da matéria em suprir os compostos naturais, mas apenas que este número de compostos seja indeterminado, de modo a dar conta da enorme (porém finita) variedade de formas naturais. Caso optássemos por uma álgebra não-finita, deveríamos ser capazes de justificar, ou ao menos mostrar, que existe um número infinito atual de estruturas materiais no universo. Ora, se os físicos estimam, de posse dos modelos hoje propostos para representar fisico-matematicamente o cosmos, e considerando a hipótese de que todos os corpos existentes no universo são formados por partículas bariônicas como prótons e elétrons, que este número total deve ser bem inferior a 10^{100} (1 google), então ainda que este seja um número extraordinariamente grande, todavia é finito e é suficiente para que a álgebra seja definida com um número finito de elementos. Um outro raciocínio poderia ser este: sendo a matéria primeira a matriz geradora do cosmos material, então deve ser capaz de prover um número imensamente grande de formas variadas, número que presentemente é indeterminado, porém não infinito, uma vez que, por geração e corrrupção, é suficiente haver um número finito de formas elementares que dão conta da variedade natural, sem que seja necessário prover uma quantidade infinita de formas. Uma quantidade atualmente infinita de formas resultaria ser oriunda de uma matriz atualmente inifinita, o que tanto parece não ser o caso como também inteiramente desnecessário.

Iniciemos propondo a existência de dois elementos algébricos, chamados *idempotentes primitivos*, q_0^1 e q_1^0, cuja operação resultante é dada por uma multiplicação. Ora, o sinal natural da mutiplicação é "x", indicando "vezes"; contudo preferimos não utilizar o sinal usual de multiplicação para não confundi-lo com a multiplicação numérica, passando a utilizar num primeiro momento o sinal $\otimes$. A razão disso é que a multiplicação numérica é comutativa, ou seja, 5 x 7 = 7 x 5 = 35, o que não é o caso da nossa álgebra, pois a multiplicação de dois elementos, por exemplo do par de idempotentes primitivos, não produz o mesmo resultado, isto é, $q_0^1 \otimes q_1^0 \neq q_1^0 \otimes q_0^1$. De fato, em nosso caso, temos a seguinte definição de multiplicação para os dois idempotentes primitivos

$$q_0^1 \otimes q_1^0 = \phi q_1^0 \otimes q_0^1$$

Como se pode ver, para tornar possível igualar $q_0^1 \otimes q_1^0$ a $q_1^0 \otimes q_0^1$ tivemos de inserir um termo expresso por ϕ, uma vez que a multiplicação não é comutativa. Supusemos que se pode obter a igualdade definindo convenientemente o termo ϕ. Pode-se mostrar que uma definição adequada para este termo é:

$$\phi = e^{-2\pi i/n}$$

em que n é o número de elementos da álgebra e i é a raiz complexa $\sqrt{-1}$. O leitor pode se perguntar duas coisas: (i) Por que usar números complexos, isto é, números que têm a forma $a+ib$, uma vez que normalmente usamos números chamados reais, isto é, números da forma a, sem a raiz complexa? (ii)

Por que, para complicar ainda mais, usar para o termo ϕ uma potência complexa do número *e*, base dos logarítmos naturais? Bem, as respostas são simples. Em primeiro lugar, nosso trabalho, mais à frente, visa aproximar a matéria primeira da estrutura do vácuo quântico (assunto que estamos tratando especificamente na outra série de resumos mencionada acima), e a mecânica quântica trabalha com números complexos, uma vez que seus elementos componentes pertencem aos chamados *Espaços de Hilbert*. Em segundo lugar, a base *e* dos números naturais com expoente complexo oferece-nos a possibilidade de representar os fatores de conversão entre produtos por um número cujo módulo ou "tamanho" seja unitário (=1), para não interferir no "tamanho" da conversão entre as muliplicações dos compoentes da álgebra, isto é, se a e b são elementos da álgebra, então se fizermos

$$a \otimes b = e^{-i} b \otimes a$$

então o tamanho ou módulo da multiplicação de cada lado, representado por um par de | |, seria dado por

$$|a \otimes b| = |e^{-i}|.|b \otimes a|$$

Ora, visto que $|e^{-i}| = 1$, então o módulo ou tamanho da multiplicação de *a* por *b* fica respeitado, ainda que a multiplicação não seja comutativa, como vimos, ou seja,

$$|a \otimes b| = |b \otimes a|$$

o que é suficiente para nossos propósitos, visto que o fator ϕ não modifica as grandezas (ou tamanhos) dos componentes e de seus produtos no interior da álgebra,

O fato de, em nosso caso, o expoente ser $-i/2\pi n$ em vez de i não altera o valor do módulo do fator, que permance sendo igual a 1 do mesmo modo. Em nosso caso, temos, para os idempotentes primitivos, $|q_0^1 \otimes q_1^0| = |q_1^0 \otimes q_0^1|$. (Continua no próximo número).