UMA FORMALIZAÇÃO DA FALÁCIA LULIANA DA CONTRADIÇÃO*.

Guilherme Wyllie – Universidade Federal do Mato Grosso.

Resumo: Neste artigo, a teoria da falácia da contradição de Raimundo Lúlio é reconstruída de modo a obter um sistema formal *FC* equivalente ao SD_2 de Kotas e Da Costa.
Palavras-chave: Lógica medieval; Falácias; Raimundo Lúlio.

Abstract: In this paper, the Ramon Llull's theory of the fallacy of contradiction is rebuilt in order to obtain a formal system *FC* equivalent to SD_2 of Kotas and Da Costa.
Keywords: Medieval Logic; Fallacies; Ramon Llull.

Ao longo da primeira década do século XIV, Lúlio desenvolveu uma série de doutrinas logicamente relevantes, dentre as quais se sobressai a teoria da falácia da contradição. De acordo com resultados previamente obtidos, o fato de Lúlio sustentar que as contradições dos argumentos acometidos pela falácia da contradição podem ser eliminadas através da supressão das respectivas ambigüidades e afirmar que tal falácia é um argumento aparentemente inválido, na medida em que parece encerrar a forma inválida '$\alpha, \neg\alpha \vdash \beta$', embora seja realmente válido, porque abrange a forma válida '$\alpha, \beta \vdash \alpha \wedge \beta$', comprova que a teoria em questão é paraconsistente[1].

Em 1948, Stanislaw Jaśkowski elaborou sua lógica discursiva D_2, que constitui o primeiro sistema formal de lógica paraconsistente[2]. De modo geral, verifica-se que essa iniciativa fora basicamente motivada pelo interesse do referido autor em investigar as teorias que envolvessem contradições decorrentes de ambigüidades, uma vez que ele acreditava que:

---

* Esta investigação foi realizada durante uma especialização de pós-doutorado na Universitat Autònoma de Barcelona em 2007 e recebeu o auxílio financeiro da AGAUR – Generalitat de Catalunya.

[1] Os argumentos que revelam a paraconsistência da lógica subjacente à teoria luliana da falácia da contradição podem ser encontrados em dois textos, até agora inéditos, de minha autoria, cujos títulos provisórios são 'La falacia luliana de la contradicción y la paraconsistência' e 'Raimundo Lúlio e a lógica paraconsistente'.

[2] Na verdade, a lógica discursiva foi originalmente descrita em JAŚKOWSKI, S. Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych. *Studia societatis scientiarum Torunensis*, A, 1, 5, 1948, p. 57-77 e subsequentemente aperfeiçoada em *Id.* O koniunkcji dyscusyjnej w rachunku zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych. *Studia societatis scientiarum Torunensis*, A, 1, 8, 1949, p. 171-172.

> "qualquer ambigüidade de um termo *a* pode ocasionar a contradição de sentenças, já que, em relação ao mesmo objeto *X*, pode-se afirmar que '*X* é *a*' e também que '*X* não é *a*', conforme o sentido adotado pelo termo *a* em determinado momento"[3].

Neste contexto, a interpretação intuitiva de D_2 é particularmente relevante, visto que o próprio Jaśkowski a sugeriu para justificar o fato de tal lógica ser qualificada de discursiva. Segundo ele, D_2 fundamentaria sistemas discursivos e afins em virtude da sua capacidade de lidar com as opiniões antagônicas de dois contendores em um debate, desde que o sentido daquilo que é afirmado ou negado na discussão fosse distintamente considerado por cada um deles.

Para tanto, bastaria apenas que a cláusula 'de acordo com o ponto de vista de um dos contendores do debate' ou 'conforme certo sentido admissível dos termos empregados' precedesse tais opiniões[4]. Formalmente, segue-se que D_2 está apoiada na concepção segundo a qual ϕ é um teorema de D_2 se e somente se $\Diamond\phi$ é um teorema de $S5$, de sorte que '$\Gamma \vdash_{D2} \phi$' se e somente se '$\Gamma_{\Diamond} \vdash_{S5} \Diamond\phi$', onde $\Gamma_{\Diamond} = \{\Diamond\phi \mid \phi \in \Gamma\}$. Portanto, é evidente que D_2 não admite que '$\phi, \neg\phi \vdash_{D2} \psi$', na medida em que '$\Diamond\phi, \neg\Diamond\phi \nvdash_{S5} \Diamond\psi$'[5].

Apesar da lógica subjacente à teoria luliana da falácia da contradição não ter sido concebida como um sistema formal, sua similaridade com a lógica discursiva D_2 de Jaśkowski permite que ela seja reconstruída a partir de SD_2[6] e revele determinadas propriedades lógicas especialmente interessantes.

De início, cumpre fixar a linguagem $\mathcal{L}_{FC}$ de FC, que constituirá a versão formal da lógica subjacente à teoria luliana da falácia da contradição.

Alfabeto de $\mathcal{L}_{FC}$:

(i) letras proposicionais: $\alpha, \beta, \gamma, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \ldots, \alpha_n, \beta_n, \gamma_n$, para $n \geq 1$;

(ii) operadores: $\wedge, \vee, \rightarrow, \neg, \Diamond$;

---

[3] JAŚKOWSKI, S. *A Propositional Calculus for Inconsistent Deductive Systems*, p. 37. Além da razão previamente mencionada, Jaśkowski atesta que D_2 também foi motivada pelo desejo de analisar aquelas teorias empíricas, cujos postulados fossem contraditórios, e pela necessidade de sistematizar as teorias que incluíssem contradições (cf. *Ibid.*, p. 36-37).

[4] *Id. A Propositional Calculus for Inconsistent Deductive Systems*, p. 43.

[5] Cf., por exemplo, PRIEST, G. *Paraconsistent Logic*, p. 299-300; MEHEUS, J. *An Adaptive Logic Based on Jaśkowski's D2*, p. 1.

[6] É importante salientar que SD_2 é um sistema de dedução natural para D_2, cuja apresentação encontra-se originalmente em KOTAS, J., DA COSTA, N. A New Formulation of Discussive Logic. *Studia Logica*, 38, 4, 1979, p. 429-445.

(iii) sinais auxiliares: (,).

Regras de formação de $\mathcal{L}_{FC}$:

(i) Se ϕ é uma letra proposicional, então ϕ é uma fórmula;

(ii) Se ϕ é uma fórmula, então $\neg\phi$ é uma fórmula;

(iii) Se ϕ é uma fórmula, então $\Diamond\phi$ é uma fórmula;

(iv) Se ϕ e ψ são fórmulas, então $(\phi \wedge \psi)$, $(\phi \vee \psi)$ e $(\phi \rightarrow \psi)$ são fórmulas;

(v) Nada mais é uma fórmula.

A próxima definição apresenta os sinais de negação forte, conjunção discursiva e implicação discursiva, que permitirão o uso das respectivas abreviações de fórmulas de $\mathcal{L}_{FC}$.

Definição 1:

(i) $\sim\phi \stackrel{def}{=} \neg(\phi \wedge_D (\psi \vee \neg\psi))$

(ii) $(\phi \wedge_D \psi) \stackrel{def}{=} (\Diamond\phi \wedge \psi)$

(iii) $(\phi \rightarrow_D \psi) \stackrel{def}{=} (\Diamond\phi \rightarrow \psi)$

Oportunamente, segue-se uma definição que caracteriza *FC* com o apoio das especificações anteriores, segundo as quais o alfabeto e as fórmulas de *FC* e de *S5* são coincidentes.

Definição 2:

Uma fórmula ϕ pertence a *FC* se e somente se uma fórmula $\Diamond\phi$ pertence a *S5*. Em seguida, tanto a definição de prova, quanto as regras de inferência que determinam a estrutura dedutiva de *FC*, devem ser efetivamente estabelecidas.

Regras de inferência:

R1. $\dfrac{\phi \rightarrow_D \psi,\ \phi}{\psi}$ R2. $\dfrac{\phi \wedge_D \psi}{\phi}$, $\dfrac{\phi \wedge_D \psi}{\psi}$

R3. $\dfrac{\phi,\quad \psi}{\phi \wedge_D \psi}$ R4. $\dfrac{\phi \vee \psi,\ \sim\psi}{\phi}$

R5. $\dfrac{\neg(\phi \vee \neg\phi)}{\psi}$ R6. $\dfrac{\neg\phi \wedge_D \sim\psi}{\neg(\phi \vee \psi)}$

R7. $\dfrac{\neg(\phi \vee \psi)}{\neg\phi \wedge_D \neg\psi}$ R8. $\dfrac{\sim(\phi \vee \psi)}{\sim\phi \wedge_D \sim\psi}$

R9. $\dfrac{\neg(\phi \wedge_D \psi)}{\neg\phi \vee \neg\psi}$

R10. $\dfrac{\sim(\phi \rightarrow_D \psi)}{\phi \wedge_D \sim\psi}$

R11. $\dfrac{\neg(\phi \rightarrow_D \psi)}{\phi \wedge_D \neg\psi}$

R12. $\dfrac{\neg((\phi \wedge_D \psi) \vee \sigma),\ \phi}{\neg(\psi \vee \sigma)}$

R13. $\dfrac{\neg(\neg(\phi \rightarrow_D \psi) \vee \sigma),\ \phi}{\neg(\neg\psi \vee \sigma)}$

R14. $\dfrac{\neg(\neg(\phi \vee \psi) \vee \sigma)}{\neg(\neg\phi\vee\sigma)\vee\neg(\neg\psi\vee\sigma)}$

R15. $\dfrac{\neg(\neg(\phi \wedge_D \psi) \vee \sigma)}{\neg(\neg\psi \vee \sigma)}$

R16. $\dfrac{\neg(\phi \vee \psi)}{\neg(\psi \vee \phi)}$

R17. $\dfrac{\neg((\phi \vee \psi) \vee \sigma)}{\neg(\phi \vee (\psi \vee \sigma))}$

R18. $\dfrac{\neg((\phi \rightarrow_D \psi) \vee \sigma)}{\neg(\phi \rightarrow_D (\psi \vee \sigma))}$

R19. $\dfrac{\neg(\neg\neg\phi \vee \psi)}{\neg(\phi \vee \psi)}$

Definição 3:

Toda fórmula pode ser disposta na forma δ, tal que δ consiste em $\phi_1 \rightarrow (\phi_2 \rightarrow (\phi_3 \rightarrow \ldots \rightarrow (\phi_{n-1} \rightarrow \phi_n)\ldots))$, para $(n \geq 1)$, de sorte que:

(i) uma prova direta de δ é construída da seguinte maneira:

- $\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_{n-1}$ são inseridos nas primeiras linhas $n-1$ como suposições da prova;
- as fórmulas podem ser adicionadas como novas linhas da prova se elas já foram provadas ou se elas foram estabelecidas a partir das linhas precedentes da prova, mediante a aplicação de R1–R19;
- a conclusão da prova ocorre quando ϕ_n é obtida.

(ii) uma prova indireta de δ é elaborada do seguinte modo:

- $\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_{n-1}$ são inseridos nas primeiras linhas n-1 como suposições da prova;
- $\neg\phi_n$ é igualmente escrito na próxima linha como uma suposição da prova indireta (regra pi);
- as fórmulas podem ser adicionadas como novas linhas da prova indireta de modo análogo ao da prova direta;

- a prova é concluída quando ocorrem duas linhas compostas por quaisquer fórmulas, cuja forma seja ϕ e $\sim\phi$ ou $\neg\neg\phi$ e $\sim\phi$ ou ϕ e $\sim\neg\neg\phi$.

(iii) Numa prova de δ, se σ é obtido a partir da hipótese adicional β, pode-se adicionar $\psi\rightarrow_D\sigma$ como uma nova linha da prova.

Agora, é possível determinar uma série de fórmulas absolutamente relevantes, na medida em que expressam a abrangência de *FC*.

Proposição 1:

Dadas as fórmulas α, β, γ de *FC*, ter-se-á:

1. $\alpha\rightarrow_D(\beta\rightarrow_D\alpha)$
2. $(\alpha\rightarrow_D\beta)\rightarrow_D(\beta\rightarrow_D\gamma)\rightarrow_D(\alpha\rightarrow_D\gamma)$
3. $\alpha\vee\beta\rightarrow_D\alpha\vee\beta$
4. $(\alpha\rightarrow_D\beta)\rightarrow_D((\alpha\rightarrow_D(\beta\rightarrow_D\gamma))\rightarrow_D(\alpha\rightarrow_D\gamma))$
5. $\alpha\vee(\beta\vee\gamma)\rightarrow_D(\alpha\vee\beta)\vee\gamma$
6. $((\alpha\rightarrow_D\beta)\vee\gamma)\rightarrow_D\gamma)\rightarrow_D(\alpha\wedge_D\neg(\beta\vee\gamma))$
7. $\alpha\rightarrow_D(\beta\rightarrow_D\alpha\wedge_D\beta)$
8. $(\alpha\rightarrow_D(\beta\rightarrow_D\gamma))\rightarrow_D(\beta\rightarrow_D(\alpha\rightarrow_D\gamma))$
9. $\alpha\rightarrow_D(\alpha\vee\beta)$
10. $(\neg(\alpha\vee\beta)\rightarrow_D\gamma)\rightarrow_D((\neg\alpha\rightarrow_D\beta)\vee\gamma$
11. $\neg\neg\alpha\rightarrow_D\alpha$
12. $\sim\sim\alpha\rightarrow_D\alpha$
13. $\alpha\rightarrow_D\neg\neg\alpha$
14. $\alpha\rightarrow_D\sim\sim\alpha$
15. $(\alpha\rightarrow_D\beta)\rightarrow_D(\sim\beta\rightarrow_D\sim\alpha)$
16. $(\alpha\vee\sim\beta)\ )\rightarrow_D(\beta\rightarrow_D\alpha)$
17. $\sim(\alpha\wedge_D\beta)\rightarrow_D\sim\alpha\vee\sim\beta$
18. $((\alpha\rightarrow_D\beta)\rightarrow_D\alpha)\rightarrow_D\alpha$
19. $\alpha\wedge_D\beta\rightarrow_D\beta\wedge_D\alpha$
20. $\alpha\wedge_D\beta\rightarrow\alpha$
21. $\alpha\wedge_D\beta\rightarrow_D\beta$
22. $(\alpha\rightarrow_D\beta)\rightarrow_D((\alpha\rightarrow_D\gamma)\rightarrow_D(\alpha\rightarrow_D\beta\wedge_D\gamma))$
23. $((\alpha\rightarrow_D\beta)\rightarrow_D\beta)\rightarrow_D\alpha\vee\beta$
24. $\neg(\beta\wedge_D(\alpha\vee\neg\alpha))\rightarrow_D\neg\beta$
25. $\neg\alpha\vee\alpha$
26. $(\alpha\rightarrow_D\gamma)\rightarrow_D(\beta\rightarrow_D\gamma)\rightarrow_D(\alpha\vee\beta\rightarrow_D\gamma)$
27. $\neg(\alpha\vee\neg\alpha)\rightarrow_D\beta$
28. $(\alpha\rightarrow_D\beta\vee\gamma)\rightarrow_D(\alpha\rightarrow_D\beta)\wedge_D(\alpha\rightarrow_D\gamma)$
29. $\neg(\alpha\vee\beta)\rightarrow_D\neg\alpha$
30. $\neg(\alpha\vee\beta)\vee\gamma)\rightarrow_D\neg(\alpha\vee(\beta\vee\gamma))$
31. $\beta\rightarrow_D(\alpha\vee\beta)$
32. $\neg(\alpha\wedge_D\beta)\vee\gamma)\rightarrow_D(\alpha\rightarrow_D\neg(\beta\vee\gamma))$

Corolário:

As regras '$\sim\phi/\neg\phi$', '$\neg\neg\phi/\phi$', '$\sim\sim\phi/\phi$', '$\phi/\neg\neg\phi$' e '$\phi\rightarrow_D\psi,\sim\psi/\sim\phi$', '$\phi\vee\sim\psi,\psi/\phi$', '$\sim(\phi\wedge_D\psi)/\sim\phi\vee\sim\psi$' são deriváveis em *FC*.

Enfim, resta ainda propor uma semântica para $\mathcal{L}_{FC}$. Para tanto, como a *def.* 2 garante que uma fórmula ϕ pertence a *FC* se e somente se uma fórmula $\Diamond\phi$ pertence a *S5*, basta apenas escolher uma das maneiras segundo as quais a linguagem de *S5* é interpretada. Neste caso, adotar-se-á uma semântica baseada nas estruturas de Kripke.

Semântica de $\mathcal{L}_{FC}$:

Uma estrutura de Kripke *K* é um par $<W,v>$, onde *W* é um conjunto não-vazio de mundos e *v* é uma função do conjunto de todas as fórmulas e de *W* em {V, F}, que satisfaz as seguintes condições:

(i) $v(\neg\phi,w)=V$ se e somente se $v(\phi,w)=F$;

(ii) $v(\phi\wedge\psi,w)=V$ se e somente se $v(\phi,w)=v(\psi,w)=V$;

(iii) $v(\phi\vee\psi,w)=V$ se e somente se $v(\phi,w)=V$ ou $v(\psi,w)=V$;

(iv) $v(\phi\rightarrow\psi,w)=V$ se e somente se $v(\phi,w)=F$ ou $v(\psi,w)=V$;

(v) $v(\Diamond\phi,w)=V$ se e somente se existe ao menos um mundo *m*, tal que $v(\phi,m)=V$, onde *w* é um mundo em *W*.

Definição 4:

Seja $\Gamma_\Diamond \stackrel{def}{=} \{\Diamond\phi: \phi \in \Gamma\}$, então $\Gamma \vDash_{FC} \phi$ se e somente se $\Gamma_\Diamond \vDash_{S5} \Diamond\phi$.

Proposição 2:

As seguintes fórmulas são válidas em *FC*:

1. $\alpha\rightarrow_D(\sim\alpha\rightarrow_D\beta)$ 2. $(\alpha\rightarrow_D\beta)\rightarrow_D((\alpha\rightarrow_D\sim\beta)\rightarrow_D\sim\alpha)$ 3. $\alpha\vee\sim\alpha$

Proposição 3:

As seguintes fórmulas não são válidas em *FC*:

1. $\neg\alpha\rightarrow_D(\alpha\rightarrow_D\beta)$ 2. $\alpha\rightarrow_D(\neg\alpha\rightarrow_D\beta)$ 3. $\alpha\rightarrow_D(\neg\alpha\rightarrow_D\neg\beta)$

4. $\neg\alpha\rightarrow_D(\alpha\rightarrow_D\neg\beta)$ 5. $\alpha\wedge_D\neg\alpha\rightarrow_D\beta$ 6. $\alpha\wedge_D\neg\alpha\rightarrow_D\neg\beta$

7. $((\alpha \vee \beta) \wedge_D \neg \beta) \rightarrow_D \alpha$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

JAŚKOWSKI, S. Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych. *Studia societatis scientiarum Torunensis*, A, 1, 5, 1948, p. 57-77.

_____. O koniunkcji dyscusyjnej w rachunku zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych. *Studia societatis scientiarum Torunensis*, A, 1, 8, 1949, p. 171-172.

_____. A Propositional Calculus for Inconsistent Deductive Systems. *Logic and Logical Philosophy*, 7, 1999, p. 35-56.

KOTAS, J., DA COSTA, N. A New Formulation of Discussive Logic. *Studia Logica*, 38, 4, 1979, p. 429-445.

MEHEUS, J. *An Adaptive Logic Based on Jaśkowski's D2*. Disponível em < http://citeseer.ist.psu.edu/cache/papers/cs/24904/http:zSzzSzlogica.rug.ac.bezSz~jokezSzad-jas.pdf/an-adaptive-logic-based.pdf>. Acesso em: 5 Jul. 07.

PRIEST, G. Paraconsistent Logic. In: GABBAY, D. et al. (eds) *Handbook of Philosophical Logic*. Dordrecht: Kluver, 2002, vol. 6, p. 287-393.