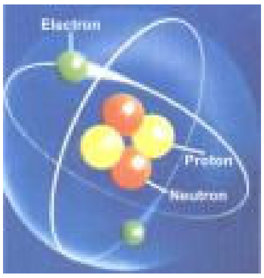
 ISSN 1808-5733

ATIVIDADE E PASSIVIDADE DOS ELEMENTOS E A ÁLGEBRA DE WEYL (PARTE III)

por Rodolfo Petrônio – Unirio.



átomo

Vimos em nosso texto anterior (parte II) que se definem os assim chamados *idempotentes primitivos*, q_0^1 e q_1^0 da álgebra como aqueles elementos que darão origem ao todo do espaço gerado pela álgebra. Há vários modos de entendermos o significado de tais elementos. Em primeiro lugar, refletem a tradicional dualidade do *verdadeiro* e do *falso*, pois se associarmos certos q_i (sendo *i* um índice que pode designar a qualidade "quente", por exemplo) ao valor *verdadeiro* e certos q_j (sendo *j* um índice que pode designar a qualidade "frio", por exemplo)α_j com o valor *falso*, então o valor da operação de conjunção (multiplicação) nos conduz à tradicional tabela de valores-verdade. Se associarmos *1* ao valor *verdadeiro* e *0* ao valor *falso*, então temos que, para qualquer q_i, designado logo abaixo por *A* (para facilitar a notação e evitar que fiquemos repetindo símbolos com índices), que pode ser verdadeiro ou falso, isto é, *1* ou *0*, e nenhum outro valor intermediário, ou seja, vale a *lei do terceiro excluído*, então significa dizer que esta lei pode ser representada pela solução da equação

$$A(A-1)=0$$

em que *A* somente pode assumir valores *1* e *0*. Ora, $A(A-1)=0$ pode ser representada por

$$A^2 - A = 0 \text{ ou } A^2 = A,$$

sendo esta última forma a relação que define essencialmente um idempotente da álgebra. Em segundo lugar, os idempotentes significam algum tipo de filtro que serve para separar naturalmente conjuntos específicos de elementos. Weyl[1]

[1] WEYL apud DAVIES, P. DAVIES, P. *The Weyl Algebra and an Algebraic Mechanics.* (PhD Thesis). Birkbeck College, University of London, London, 1981, p. 58.

exemplifica isso da seguinte maneira: Seja o conjunto dos animais num zoológico. Por meio de um determinado operador *M*, separamos (ou filtramos) os mamíferos dos outros animais, e por um outro operador *P* separamos os peixes. Claro, a repetição do operador *M* será equivalente a *M*, do mesmo modo que a repetição de *P* será equivalente a *P*, donde,

$$M.M = M$$
$$P.P = P$$

Dado que (exceto para as baleias, mas estas não cabem num zoológico) as classes são mutuamente excludentes,

$$M.P = P.M = 0$$

Ou seja, um conjunto total de operadores deste tipo pode ser utilizado para distinguir um número maximal de conjuntos de elementos mutuamente excludentes, de tal modo que não possa haver elementos comuns a dois conjuntos distintos. Há ainda um outro modo de considerarmos os idempotentes, a saber, funcionam como operadores de projeção sobre um espaço vetorial linear *n*-dimensional, mas isto somente será comentado mais adiante quando definirmos o que é um espaço vetorial linear a *n* dimensões.

Antes de prosseguirmos, vale recordar nossa posição acerca do modelo algébrico a ser apresentado, salientando dois pontos relevantes. Em primeiro lugar, a álgebra proposta por Weyl surge no contexto da discussão de Dirac num artigo clássico acerca do spin do elétron[2], e foi pensada com vistas a resolver aspectos da representação de propriedades quânticas por meio da chamada *teoria dos grupos*[3], tratando-se, pois, de uma álgebra de caráter bastante específico. Em segundo lugar, *por hipótese*, consideramos que os princípios metafísicos da protomatéria estão numa relação de isomorfismo com suas contrapartes algébricas.. Isto ocorre pela forma comum que pressupomos ser compartilhada entre os componentes e operações dessa específica álgebra e os princípios causais materiais que inerem à protomatéria. Claro, isto é uma hipótese de trabalho que

---

[2] Cf. WEYL, H. *The Theory of Groups and Quantum Mechanics*. New York: Dover, 1950, p 270-274.

[3] Teoria fundamental da matemática desde o século XIX, cuja origem repousa nos trabalhos do matemático francês *Evariste* Galois, prematuramente morto num duelo. A teoria de grupos é extensivamente utilizada em modelos da física, especialmente no domínio subatômico.

esperamos dê resultados interessantes quanto a uma compreensão metafísica do real sensível, entre os quais expomos alguns no último capítulo. Nada impede também que a associação proposta nos conduza eventualmente a algum tipo de "lei ontológica", no sentido da física. Assim, supondo que se estabelece entre a específica álgebra de Weyl apresentada neste trabalho e as formas elementares e suas operações uma forma comum, buscamos compreender melhor, por meio dessa álgebra, a natureza mesma da matéria primeira, bem como tirar proveito da natural conexão que a álgebra oferece com certas propriedades e simetrias presentes na realidade natural. Claro, a álgebra proposta não esgota as possibilidades de representação da protomatéria, porém entendemos que se pode estabelecer, ao menos por ora, um isomorfismo entre a álgebra proposta e as formas elementares, as qualidades ativas e passivas e suas operações, presentes nas diversas partes da protomatéria.

Assim há dois princípios fundamentais e duais para a gênese da realidade natural, atividade e passividade, pois permitem a dinâmica inerente à matéria primeira. Por serem fundamentais, estes dois princípios devem servir como base fundamental para a dinâmica e, por isso, os associamos à base fundamental da álgebra, dada por $\left\{q_0^1, q_1^0\right\}$. Por outro lado, Santo Tomás nos afirma que se dá uma mescla dos elementos por meio de suas propriedades ativas e passivas, que são aquilo que fundamentalmente caracteriza cada elemento; ou seja, cada forma elementar constitui-se de um conjunto de qualidades ativas e passivas, mediante as quais é possível a mescla dos elementos. Com efeito, a atividade e passividade presente nas qualidades permitem a dinâmica de estados na essência da matéria e sua mútua combinação. Ora, sendo assim, as qualidades associadas a cada elemento se combinam para gerar as formas elementares e se constituem, portanto, uma base para a álgebra. Assim, cada componente q_b^a, que denominamos holoquark, representa, na álgebra, uma qualidade composta de uma específica *a*-atividade (índice superior *a*) e de uma específica *b*-passividade (índice inferior *b*), de tal modo que uma combinação de *a*-atividade e de *b*-passividade constituam um elemento da álgebra, e, portanto, há n^2 qualidades ou elementos geradores, de vez que existem n qualidades ativas e n qualidades passivas.

Também, para simplificar a notação, o operador de multiplicação $\otimes$ será omitido, de tal forma que a operação $q_0^1 \otimes q_1^0$ será denotada por $q_0^1 q_1^0$ e a operação $q_1^0 \otimes q_0^1$ por $q_1^0 q_0^1$.

Ora, a operação $q_0^1 q_0^1 ... q_0^1$ com *a* termos q_0^1 dá-nos como resultado q_0^a, do mesmo modo que a operação $q_1^0 q_1^0 ... q_1^0$ com *b* termos q_1^0 dá-nos como resultado q_b^0. Vimos, na parte II deste trabalho, que a multiplicação $q_0^a q_b^0$ não é necessariamente simétrica, de tal forma que seu resultado não é necessariamente o mesmo de $q_b^0 q_0^a$. A não necessária simetria do produto não é uma limitação do potencial representativo da álgebra; antes, permite representar a riqueza das operações que efetivamente acontecem no interior da protomatéria. Podemos reivindicar então que a seqüência de composições no interior da matéria primeira pode estabelecer um resultado diferente de uma outra seqüência distinta da primeira. Isto sem dúvida favorece uma riqueza estrutural. Santo Tomás apresenta-nos dois tipos essenciais de operações entre as qualidades ativas e passivas dos elementos – e, por conseguinte entre os elementos eles mesmos: a *composição* e a *transmutação*. A composição é a operação que ele chama de *mescla*, considerada como o resultado da variação das qualidades ativas e passivas dos elementos[4], pelo que se obtém uma qualidade intermédia a partir dessa composição, isto é, da operação de mescla entre a atividade e a passividade inerentes às formas elementares que inerem à essência da protomatéria. Tratemos primeiramente da operação de composição.

- *Composição das qualidades*

Visto que a álgebra proposta é uma álgebra finita (temos, como vimos anteriormente, n^2 elementos, e *n* é finito em nosso caso), é necessário estabelecer um termo cíclico, mediante o qual as operações sejam efetuadas gerem sempre resultados que se encontram no próprio espaço total dos elementos (é o que chamamos de *fechamento circular*) e ao mesmo tempo expresse que a comutatividade das operações de composição não necessariamente ocorre. Assim, havíamos elegido o termo

$$\phi = e^{-2\pi i/n},$$

[4] TOMÁS DE AQUINO. "A mescla dos elementos", n. 20-22. *In Opúsculos Filosóficos,* v.1. São Paulo: SITA, 2009.

porquanto ele exprime o caráter cíclico da álgebra, bem como a não comutatividade das operações. Podemos, portanto, dizer que:

$$q_0^1 q_1^0 = \phi q_1^0 q_0^1 .$$

[continuação a ser apresentada na parte IV]